L'accelerazione

Introduciamo ora una nuova grandezza fisica che ci permetta di descrivere le variazioni del vettore velocità. Finora infatti ancora non abbiamo lo strumento fisico-matematico per descrivere ad esempio un auto che, scattato il verde, parte (in questo caso c'è una variazione di velocità -da ferma raggiunge un certo valore di velocità), oppure un'automobile che percorre una curva modifica la direzione del vettore velocità (anche se rimane costantemente a 70 Km/h).

L'accelerazione di un punto materiale è un vettore che descrive la variazione di velocità nel tempo.

Per stabilire quale sia la direzione di questo vettore è un argomento che tratteremo caso per caso. Il verso indica se la velocità si incrementa (verso positivo) o se decresce (verso negativo) Un corpo che subisce una decrescita di velocità è un corpo che rallenta e si può anche dire che ha un'accelerazione negativa.

Per l'intensità (lunghezza del vettore) anche in questo caso si fa una distinzione tra:

- Accelerazione media. Si definisce come l'incremento di velocità fratto l'intervallo di tempo in formule $a=\frac{v}{t}=\frac{v_{finale}-v_{iniziale}}{t_{finale}-t_{iniziale}}$ l'unità di misura dell'accelerazione in unità del Sistema Internazionale è $\frac{m}{s^2}$
- Accelerazione istantanea. Come per la velocità, l'accelerazione si dice istantanea quando l'intervallo di tempo che si sta considerando è ragionevolmente piccolo.

Il moto rettilineo uniformemente accelerato

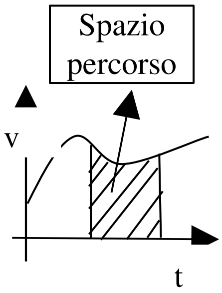
Quando la traiettoria che un corpo descrive nello spazio è un segmento di retta e il valore della sua accelerazione è costante nel tempo, il moto che il corpo descrive è detto moto rettilineo uniformemente accelerato.

Come per il moto rettilineo uniforme abbiamo ricavato lo spazio percorso dalla definizione di velocità, è ora lecito trovare quanto vale la velocità (in un certo istante di tempo "t" fissato) a partire dalla definizione di accelerazione. Se, infatti, l'accelerazione è costante possiamo considerarla come un numero: un valore comunque fissato (o misurato). $a=\frac{v}{t}$ cerchiamo ora quanto vale Δv $t\cdot a= v$ quindi in generale in un moto rettilineo uniformemente accelerato ΔV=aΔt.

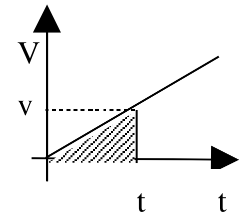
1. Consideriamo prima un caso semplice: il corpo parte da fermo, e si aziona il cronometro allo stesso istante. In termini matematici queste 2 affermazioni equivalgono a: $v_0=0$, $t_0=0$. la formula ricavata prima diventa v=at.
2. Consideriamo ora il caso in cui la velocità iniziale sia diversa da "0" e il conteggio del tempo coincida sempre con l'inizio del tratto di moto che vogliamo considerare. La formula che ci esprime la velocità del corpo all'istante t si può ricavare con un semplice passaggio matematico infatti $\Delta v=v-v_0$, quindi $v-v_0=at\Rightarrow\boxed{v=at+v_0\ .}$Questa espressione identifica la legge della velocità. Si faccia attenzione che questa formula può essere usata solo nel caso del moto rettilineo uniformemente accelerato.

La formula generale è $v=a(t-t_0)+v_0$, nella maggior parte dei casi saranno sufficienti le prime due.

Anche nel caso del moto rettilineo uniformemente accelerato si può considerare lo spazio percorso dal corpo all'istante di tempo "t" fissato. Per ricavare quindi questa formula (la legge oraria) non si possono effettuare gli stessi passaggi matematici usati per il moto rettilineo uniforme.
Si prenda ora come assunto che l'area del sottografico che esprime la velocità in funzione del tempo v(t) è proprio lo spazio percorso dal corpo. Questo è valido in un qualsiasi tipo di moto (anche vario).

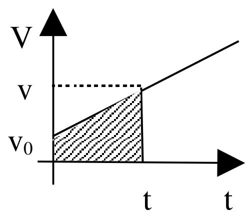


Ritorniamo a considerare il moto uniformemente accelerato.
Si consideri ora un corpo che parte da fermo, all'istante di tempo t=0. La rappresentazione nel grafico v(t) in questo caso è sempre una retta con una diversa inclinazione ma che passa necessariamente per l'origine (il punto 0,0).
Lo spazio percorso dal corpo al generico istante di tempo t si può calcolare utilizzando la formula dell'area di un triangolo rettangolo.



$s=\frac{cateto_1 \cdot cateto_2}{2}=\frac{vt}{2}$ ora si noti che la velocità in queste condizioni è uguale a v=at, sostituiamo questo valore nella legge che esprime lo spazio in funzione del tempo, trovata sopra. $s=\frac{vt}{2}=\frac{att}{2}=\frac{1}{2}at^2$.

Si consideri ora un corpo con una velocità iniziale qualsiasi e t_0=0. Anche in questo secondo caso la rappresentazione nel grafico v(t) è una retta, ma non passa necessariamente per l'origine.
Per calcolare lo spazio percorso occorre calcolare l'area di un trapezio rettangolo che ha come basi v e v_0 e come altezza "t".



$s=\frac{(base_M+base_m) \cdot altezza}{2}=\frac{(v+v_0)t}{2}$ Coma abbiamo visto sopra in queste condizioni v=at+v_0.
Sostituiamo quindi at+v_0 nella formula di s (spazio percorso) in funzione di t.
$s=\frac{(at+v_0+v_0)t}{2}=\frac{(at+2v_0)t}{2}=\frac{at^2+2v_0t}{2}=\frac{1}{2}at^2+v_0t$. Se il corpo aveva già percorso dello spazio s_0, questo andrà sommato al risultato finale. La legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato è quindi $\boxed{s=\frac{1}{2}at^2+v_0t+s_0 .}$

Nota: Questa formula è l'espressione analitica di una parabola (la funzione matematica rappresentata nel grafico seguente). Da questo grafico si può avere un'idea del perché per calcolare lo spazio non abbiamo potuto utilizzare direttamente la formula $v=\frac{s}{t}$: la velocità (pendenza della retta "varia in continuazione"!